

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi jesenski ispitni rok – 26. kolovoza 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova)

- (a) Čine li vektori $\vec{a} = (-1, 6, -4)$, $\vec{b} = (8, 0, 5)$ i $\vec{c} = (4, 9, 2)$ bazu prostora $\mathbb{R}^3$?
Postoji li vektor $\vec{d}$ iz $\mathbb{R}^3$ tako da vektori $\vec{a}$, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ i $\vec{d}$ budu linearno nezavisni?
- (b) Odredite sve realne brojeve t tako da vektor $\vec{r} = (1 - t, t, 2)$ bude linearna kombinacija vektora $\vec{p} = (1, 3, 5)$ i $\vec{q} = (-3, 2, -1)$.
- (c) Neka su $\vec{u}$ i $\vec{v}$ okomiti vektori iz V^2 tako da je $|\vec{u}| = \sqrt{3}$ i $|\vec{v}| = \sqrt{5}$. Dokažite da su vektori $-2\vec{u} + 3\vec{v}$ i $5\vec{u} + 2\vec{v}$ okomiti.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi jesenski ispitni rok – 26. kolovoza 2024.

Zadatak 2. (20 bodova)

Zadan je jednakokrani trokut ABC , pri čemu je točka D polovište osnovice $\overline{BC}$. Na kraku $\overline{AC}$ odabrana je točka E tako da je $DE \perp AC$. Neka je P polovište dužine $\overline{DE}$. Pomoću vektora dokažite da su pravci AP i BE okomiti.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi jesenski ispitni rok – 26. kolovoza 2024.

Zadatak 3. (20 bodova)Zadani su ravnina Π i pravac p jednadžbama

$$\begin{aligned}\Pi \dots x + 3z &= 0, \\ p \dots \frac{x}{-2} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{0}.\end{aligned}$$

- (a) Odredite presjek pravca p i ravnine Π .
- (b) Odredite vrijednost kosinusa ili sinusa kuta koji zatvaraju pravac p i ravnina Π .
- (c) Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu Π .
- (d) Odredite simetričnu sliku pravca p s obzirom na ravninu Π .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi jesenski ispitni rok – 26. kolovoza 2024.

Zadatak 4. (20 bodova)Zadana je piramida $ABCD$ s koordinatama vrhova

$$A = (-4, 3, 6), \quad B = (4, -1, 8), \quad C = (2, -6, -3) \quad \text{i} \quad D = (4, 11, -6).$$

Neka je točka P polovište dužine $\overline{AB}$. Na dužini $\overline{AC}$ odabrana je točka Q tako da je $BQ \perp AC$, a na dužini $\overline{AD}$ točka R tako da je $|DR| = 3|AR|$. Odredite površinu trokuta PQR .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi jesenski ispitni rok – 26. kolovoza 2024.

Zadatak 5. (20 bodova)

(a) Odredite tip krivulje zadane jednađbom

$$-8x^2 + xy - 7y^2 + x - 6y - 1 = 0.$$

(b) Odredite jednađbe zajedničkih tangenata krivulja $3x^2 + y^2 = 21$ i $x^2 - 2y^2 = 14$.